

10. Matemática Aplicada

Modelo de despacho de generación y de unidades generadoras en centrales hidroeléctricas.

Marti, Francisco; Arce, Anastacio

franmarti1894@gmail.com; asarce@gmail.com;

Facultad Politécnica de la Universidad Nacional del Este

Resumen

Se presenta un modelo de despacho de generación y de unidades generadoras en centrales hidroeléctricas, que adopta como criterio de desempeño el caudal turbinado, para atender una serie de demanda. Se considera un conjunto de centrales hidroeléctricas con diferentes características en términos de capacidad, límites operacionales y de desempeño, que deberán observar las restricciones operativas de las centrales, atender la demanda y al mismo tiempo optimizar el criterio de desempeño adoptado.

Para el desarrollo del algoritmo se opta por utilizar la plataforma MATLAB, desde la cual se realiza el modelado de los componentes de las centrales hidroeléctricas, obteniendo la Curva Característica de cada central, la cual determina el volumen de agua utilizado por cada unidad de potencia.

La formulación matemática del problema se realiza, adoptando como premisa que el nivel del embalse en un horizonte de corto plazo, no muestra variaciones importantes como para llevar en cuenta la ecuación dinámica del agua. De esta manera el problema de despacho de centrales hidroeléctricas, con Curva Característica descrita a través de funciones convexas, restricciones de capacidad máxima, mínima y atendimento de la demanda, puede ser comparado con el problema de despacho de generación termoeléctrica y resuelta por el clásico método de Lambda.

El modelo es aplicado a un conjunto de tres hidroeléctricas, mostrando resultados importantes en términos de optimización y de desempeño computacional.

Palabras clave: despacho de generación, despacho de unidades generadoras, centrales hidroeléctricas, optimización.

Introducción

El problema de despacho de generación y de unidades generadoras está dentro de los análisis del planeamiento y operación de corto plazo. En los sistemas hidrotérmicos de generación, con predominancia de la generación hidroeléctrica, el problema de despacho de generación y de unidades generadoras gana relevancia por la necesidad de adoptar un criterio de desempeño que permita definir la participación de cada una de estas fuentes de generación, observando también otros criterios de calidad como continuidad y confiabilidad (Arce, 2006).

En el caso de usinas termoeléctricas, el criterio de desempeño normalmente utilizado es la minimización del costo de producción, dado por el costo del combustible. En tanto, en usinas hidroeléctricas evaluar el costo de generación se hace más complicada en comparación al caso de usinas termoeléctricas, porque normalmente no existe un costo directo asociado al uso del agua, además la evaluación de la eficiencia en la generación hidroeléctrica requiere la representación de las diferentes variables que componen la generación hidroeléctrica y que finalmente resulte en una función de fácil aplicación. El criterio de desempeño adoptado en este trabajo para el despacho óptimo de generación y de unidades generadoras nos conduce a una metodología, la cual

lleva en consideración las pérdidas hidráulicas en el sistema de conducto forzado, la altura del canal de fuga y el rendimiento del conjunto turbina-generador. El efecto de cada una de estas variables son evaluadas a través de simulaciones de operación con diferentes valores de generación y configuración de unidades generadoras en las usinas, de modo a obtener una función que indique el volumen de caudal turbinado para cada valor de potencia generada y número de unidades generadoras en operación (Arce, Cicogna, Soares y Ohishi, 2004).

El despacho de generación y de unidades generadoras puede ser formulado como un problema para determinar, a lo largo del día, del número de unidades generadoras en operación, y la producción de cada una de ellas, con el fin de minimizar el volumen de agua utilizado, observando al mismo tiempo las restricciones de atendimento de la demanda y las metas diarias de generación de cada usina.

Objetivos

Objetivo General.

- Desarrollar un modelo de despacho de generación de usinas hidroeléctricas, el cual busca optimizar el uso de los recursos energéticos disponibles en el atendimento de la demanda.

Objetivos Específicos.

- Realizar ajuste de curvas de caudal versus potencia para el

número de unidades generadoras disponibles.

- Aplicar técnicas de optimización para una mejor gestión de los recursos hídricos.

Marco teórico.

La potencia generada por una unidad generadora hidroeléctrica puede ser representada por la siguiente ecuación:

$$p = g \times \rho \times n_g \times n_t \times h_l \times q \times 10^{-3} \quad (1)$$

Donde

p = potencia generada (MW),

g = aceleración de la gravedad ($\frac{m}{s^2}$),

ρ = peso específico del agua ($\frac{kg}{m^3}$),

n_g = rendimiento del generador (%),

n_t = rendimiento de la turbina (%),

h_l = altura del salto líquido (m)

q = caudal turbinado ($\frac{m^3}{s}$),

La altura del salto líquido está dada por:

$$h_l = h_e - h_{cf} - h_p \quad (2)$$

Donde,

h_e = altura del nivel del embalse (m),

h_{cf} = altura del canal de fuga (m),

h_p = pérdidas hidráulicas (m),

El rendimiento del generador n_g representa las pérdidas verificadas en el generador y normalmente es dada como una función de la potencia medida en los bornes del generador, es decir $n_g(P)$. Del mismo modo, n_t representa las pérdidas verificadas en la turbina y normalmente es

dada como una función que depende de la altura del salto líquido y del caudal turbinado, es decir $n_t(h_l, q)$. Esta función por su forma es conocida como curva colina.

De la ecuación (2), la altura del embalse h_e es representada por un polinomio de cuarta orden en función al volumen de agua acumulada en el embalse (X), es decir $h_e(X)$. Así también el nivel del canal de fuga $h_{cf}(u)$ es representada como una función de la descarga (u), es decir de la suma del caudal turbinado (q) y eventuales vertimientos (v), es decir,

$$u = q + v \quad (3)$$

Una forma de representar la eficiencia de la generación hidroeléctrica es calculando el volumen de agua utilizado para producir una unidad de potencia. Conforme se puede verificar, la función que describe la potencia hidroeléctrica es no lineal y compuesta por variables interdependientes. En este trabajo se propone una metodología para evaluar el desempeño de la producción hidroeléctrica, determinando el volumen de agua necesario para producir una unidad de potencia considerando las diversas configuraciones de unidades generadoras en operación en cada central hidroeléctrica.

Nivel del embalse y canal de fuga.

Los embalses poseen un papel importante en el planeamiento de largo y medio

plazo. En el corto plazo, en el horizonte de un día y la observación horaria, se verifican que las variaciones son mínimas, que pueden ser desconsideradas llevando en cuenta las imprecisiones en variables como la previsión de afluencia, de la carga, las funciones cota versus volumen, cota versus canal de fuga, etc. Por otro lado, la respuesta del nivel de canal de fuga a las variaciones de la descarga es inmediata, y estas pueden variar significativamente a lo largo del día en función de las variaciones de la carga (Arce et al., 2004). Por lo tanto en este trabajo, cuyo horizonte cubre el periodo de un día, considera el nivel del embalse constante, sin embargo, eventuales diferencias importantes entre el nivel del embalse previsto y verificado, las funciones de caudal turbinado por cada unidad de potencia generada puede ser actualizada para los valores del nivel del embalse.

Algoritmo para el cálculo de la función Caudal Turbinado versus Potencia.

La función caudal turbinado versus potencia producida $Q(P)$ se obtiene a través de un proceso iterativo, en el cual se calcula para todas las configuraciones de unidades generadoras en operación, el caudal turbinado, cubriendo todo el rango de potencia permitida de las unidades generadoras, desde su límite inferior P_{min} hasta su límite superior P_{max} .

A seguir se describe los pasos del proceso iterativo.

Paso 1. Variar el número de unidades generadoras en operación, comenzando con $n_{maq}=1$, hasta alcanzar el número total de unidades generadoras de que cuenta la central hidroeléctrica.

Paso 2. Igualar el caudal turbinado (q^k) a la potencia de operación (p^o) multiplicado por el número de máquinas o unidades generadoras en operación (n_{maq}).

$$q^k = p^o \times n_{maq}$$

Paso 3. Calcular el valor de la altura del canal de fuga (h_{cf}) a través de la ecuación cota versus caudal, del tipo

$$h_{cf} = d + (c \times q^k) + [b \times (q^k)^2] + [a \times (q \times q^k)^3], \text{ donde } a, b, c \text{ y } d \text{ son los coeficientes de este polinomio.}$$

Paso 4. Calcular el salto bruto $h_b = h_e - h_{cf}$, donde h_b es el salto bruto, h_e es el nivel del embalse y h_{cf} es el nivel del canal de fuga.

Paso 5. Calcular la altura del salto líquido $h_l = h_b - (h_b \times \text{pérdidas})$, donde *pérdidas* se refiere a las pérdidas hidráulicas y en este caso, es dada como un porcentaje del salto bruto.

Paso 6. Para cada par de valores de h_l y q^k , se obtiene de la curva colina el rendimiento de la turbina $\eta_T(q^k, h_l)$.

Paso 7. Calcular la potencia generada en MW

$$p = g \times \rho \times n_t \times n_g \times q^k \times h_l \times 10^{-3} \times n_{maq}$$

Paso 8. Comparar p con p^o y verificar si el error está dentro del rango de tolerancia deseada.

$$error = |p^o - p| \leq tolerancia$$

Si $error \leq tolerancia$, q^k es el caudal necesario para que la central opere con la potencia p^o . Ir al **Paso 10**. Caso contrario va al **Paso 9**.

Paso 9. Ajustar q

$q^{k+1} = q^k + (error \times \alpha)$, donde α es una constante de corrección de q . **Volver al Paso 3.**

Paso 10. Hacer $p^{o+1} = p^o + \Delta p$ y volver al **Paso 2**. Este proceso se repite hasta alcanzar el valor de p_{max} .

Paso 11. Hacer $n_{maq} = n_{maq} + 1$, hasta alcanzar el total de unidades generadoras disponibles en la central hidroeléctrica y volver al **Paso 2**.

La figura 1, muestra la curva $Q(p)$ para una central con 4 unidades generadoras. Muestra también una curva envolvente inferior a las 4 curvas individuales, correspondiente a los diferentes números de unidades generadoras en operación. Con la curva envolvente se representa la función $Q(p)$ de la central hidroeléctrica.

El despacho de generación y de unidades generadoras, se define entonces como el problema de minimizar la suma a lo largo del horizonte de estudio, la suma de las funciones características $Q(p)$ de cada hidroeléctrica, observando las restricciones de capacidad máxima, mínima, de cumplimiento de la demanda y de meta de generación.

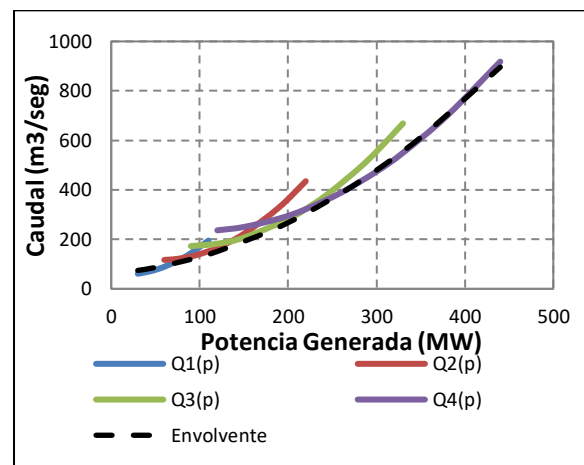


Figura 1. Curva $Q(p)$ para una hidroeléctrica con 4 unidades generadoras.

Formulación del problema y método de solución.

Conforme descripto previamente el problema puede ser representado por la siguiente formulación matemática:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{24} \sum_{i=1}^N Q_{i,t}(p_{i,t}) \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^{24} p_{it} = m_i \forall i = 1, \dots, N \quad (5)$$

$$\sum_{t=1}^N p_{it} = d_t \forall t = 1, \dots, 24 \quad (6)$$

$$\underline{p}_i \leq p_i \leq \bar{p}_i \quad (7)$$

Donde p_{it} es la generación de la usina i en la hora t , $\underline{p}_i, \bar{p}_i$ son los límites de generación de la usina i , d_t es la demanda del sistema en la hora t , m_i es la meta de generación diaria de la usina i ; $Q_i(p_{i,t})$ es la curva característica de la central i en función de la potencia p_{it} .

La restricción (5) representa la meta diaria de generación para todas las usinas; la restricción (6) representa la demanda global a cada intervalo de tiempo; la ecuación (7) se refiere al límite de generación de cada usina.

El problema representado en las ecuaciones (4)-(7) es un problema no lineal, pudiendo ser de grande porte conforme aumenta el número de hidroeléctricas. Así mismo, en esta formulación no se lleva en cuenta el número de unidades generadoras en operación, cuyo despacho será tratado por inspección al final del proceso.

El Lagrangeano del problema, desconsiderando las restricciones de capacidad máxima y mínima es dado por:

$$L(\lambda, \mu, p) = \sum_{t=1}^{24} \sum_{i=1}^M Q_{i,t}(P_{i,t}) + \sum_{t=1}^{24} \lambda_t \times \left(P_{load,t} - \sum_{i=1}^N P_{i,t} \right) + \sum_{i=1}^N \mu_i \times \left(P_{meta,i} - \sum_{t=1}^{24} P_{i,t} \right) \quad (8)$$

Aun cuando no son consideradas las restricciones de capacidad máxima y mínima, el problema cuenta 24 variables (λ) asociadas a la restricción de atendimento de la demanda, N variables (μ) asociadas a la restricción de la meta de generación de las hidroeléctricas y $(24 \times N)$ variables referente a la potencia a ser generada por cada hidroeléctrica. Para resolver problemas de esta envergadura se requiere de algoritmos eficientes de optimización. Sin embargo, a los efectos de probar el modelo se propone como solución una metodología similar a la sugerida en (Wood y Wollenberg, 1996, p.39). En este sentido, si en una primera instancia se fija el valor de (μ) el problema a resolver es el despacho de generación para el periodo de 24, similar al problema de despacho termoeléctrico, que inclusive lleva en cuenta las restricciones de capacidad máxima y mínima. Así, las condiciones de optimalidad se obtienen derivando el Lagrangeano con relación a las variables de decisión P , y λ .

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = \frac{dQ(P_i)}{dP_i} - \lambda = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = P_{load,t} - \sum_{i=1}^N P_{i,t} = 0$$

$$\text{para } t = 1, \dots, 24 \quad (10)$$

La solución a este problema se obtiene por el clásico método del Lambda, proceso iterativo por el cual para un dado valor de

λ , a través de la ecuación (9) se obtiene los diferentes valores de potencia p_i , de cada usina, ajustando si necesario dentro de los límites de su capacidad máxima y mínima, de modo a atender la restricción dada en la ecuación (7). El ajuste de (λ) se obtiene por el producto de una constante α por la ecuación (10) hasta alcanzar el valor que permita atender esta restricción.

Es casi improbable que en la primera instancia se cumpla también la restricción de atendimento de la meta de generación, dada en la ecuación (4). La corrección de (μ) se efectúa de modo similar al (λ) hasta alcanzar el valor de la meta de generación.

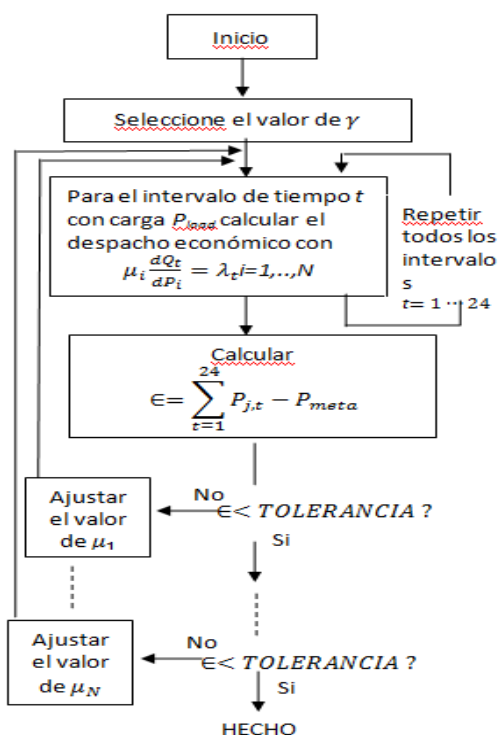


Figura 2. Algoritmo de despacho óptimo de generación con restricción de meta de generación.

La figura 2, muestra el diagrama de bloque del algoritmo de solución para el despacho

de generación con N centrales con restricción de meta de generación (Wood y Wollenberg, 1996, p. 175). Queda evidente que la metodología propuesta es limitada a sistema con pocas centrales hidroeléctricas

Estudio de casos.

Como estudio de caso será considerado un sistema compuesta por tres centrales hidroeléctricas, cuyas características están en la tabla 1. Para fines de comparación será considerada como serie de demanda los datos de generación y de despacho de unidades generadoras verificadas el día 02/01/05. La suma de generación de las hidroeléctricas aquel día, fue establecida como metas de generación diaria de cada una de ellas, conforme consta en la tabla 2. El total de generación horaria de cada una de las centrales fue adoptada como demanda horaria del sistema, conforme consta en la tabla 3.

Tabla 1. Características de las usinas hidroeléctricas.

Usinas	Unidades Generadoras	Potencia Instalada (MW)
Salto Grande	4	77,76
Chavantes	4	408,8
Capivara	4	608,32

Tabla 2. Metas Energéticas

Usinas	Meta Energética (MWh)
Salto Grande	1680
Chavantes	5514

Capivara	11625
----------	-------

Tabla 3 Demanda Horaria

Hora	Demanda (MW)	Hora	Demanda (MW)
00	722	12	920
01	502	13	920
02	502	14	920
03	502	15	920
04	502	16	920
05	502	17	920
06	502	18	920
07	800	19	750
08	920	20	835
09	920	21	920
10	920	22	860
11	920	23	800

El algoritmo descrito fue desarrollado en Matlab, resultando en un buen desempeño, en términos de tiempo procesamiento. El programa corriendo en una PC con 2,5 GHZ y 4 Mb de memoria RAM, concluyo el procesamiento en 0,88 segundos.

Resultados.

Tabla 4. Resultados

Registro de volumen de agua utilizado (m3)		Volumen de agua optimizado(m3)
Salto Grande	46.309.912	46.436.760
Chavantes	31.648.608	28.233.360
Capivara	116.319.564	117.224.280
Total	196.631.843	191.894.400

La tabla 4, muestran los números relacionados al volumen de agua utilizado en la producción de las hidroeléctricas en el periodo de 24 horas, bien como el volumen de agua que sería utilizado si el

despacho de generación fuese adoptado conforme al algoritmo de optimización. Se puede verificar una reducción del 1,23%, comparado al caso registrado.

La figuras 3 muestra el despacho de generacion verificada y la optimizada en las centrales hidroelectricas de Salto Grande, Chavantes y Capivara, respectivamente. Las tres centrales hidroelectricas muestran una mudanza importante en terminos de regimen de operación.

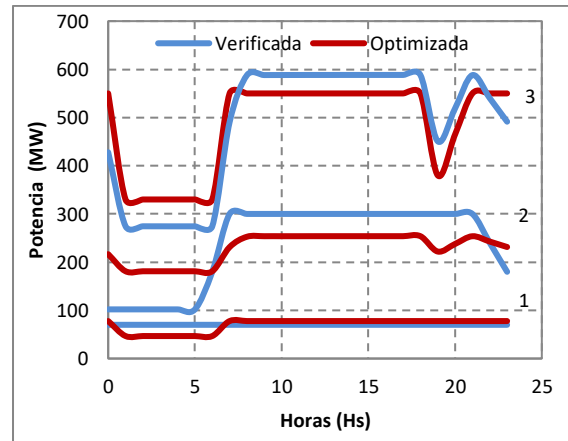


Figura 3. Despacho de generación verificada y optimizada de las hidroelectricas. (1) Salto Grande. (2) Chavantes. (3) Capivara.

Esta mudanza en el regimen de operación es mas acentuada en la central de Salto Grande.

Las figuras 4, 5 y 6 muestran el despacho de numero de unidades generadoras en las centrales de Salto Grande, Chavantes y Capivara, respectivamente. El despacho optimo del numero de unidades generadoras, se obtiene por inspeccion, a

traves del nivel de potencia optima despachada en cada usina obtenida con la curva envolvente. A cada valor de potencia, se tiene un numero de unidades generadoras que resulta en el menor consumo de agua.

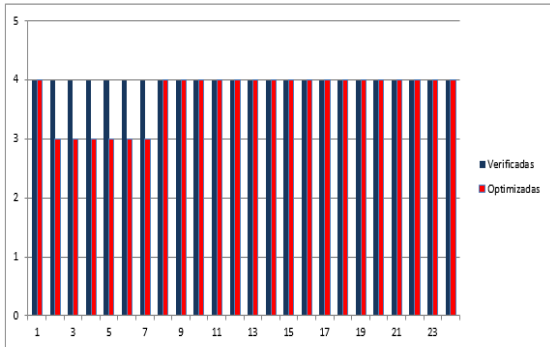


Figura 4. Despacho de unidades generadoras verificadas y optimizadas en la Central de Salto Grande.

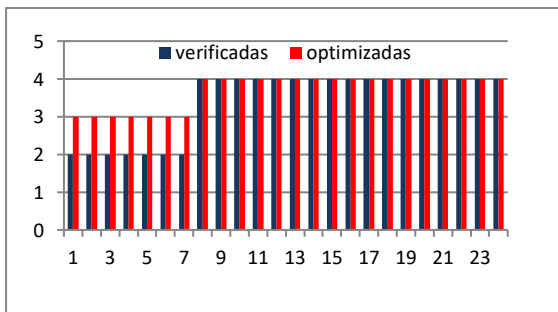


Figura 5. Despacho de unidades generadoras verificadas y optimizadas en la Central de Chavantes.

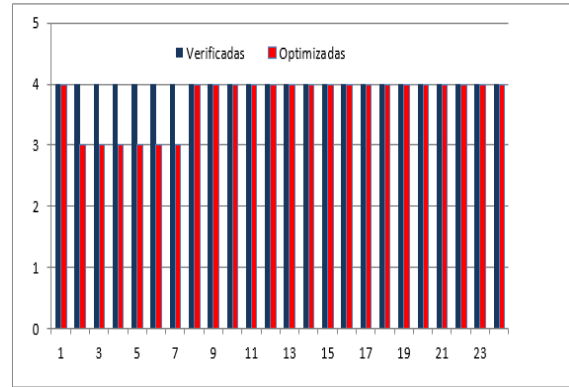


Figura 6. Despacho de unidades generadoras verificadas y optimizadas en la Central de Capivara.

Conclusiones

En este trabajo fue presentado un procedimiento para optimizar el despacho de generación y de unidades generadoras en usinas hidroeléctricas. Se propone un criterio de desempeño que lleva a consideración el consumo de agua por cada unidad de potencia. El modelo es presentado y resuelto como un problema clásico de despacho de centrales termoeléctricas con restricción de metas de generación. El modelo es aplicado en un sistema compuesto por tres centrales hidroeléctricas, resultando en reducción del consumo de agua, comparado con datos verificados, y el algoritmo con buen desempeño computacional.

Bibliografía

- Arce, Anastacio.(2006). *Despacho ótimo de Unidades Geradoras em Sistemas hidrelétricos vía Heurística Baseada em Relaxação Lagrangeana e Programação Dinâmica*.(Tesis Doctoral).
- Arce, Anastacio.,Cicogna, Marcelo Augusto., Soares, Secundino., y Ohishi, Takaaki. (2004). *IX Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica*.
- Wood, Allen., y Wollenberg, Bruce.(2da Ed.).(1996). *Power Generation, Operation and Control*. Nueva York, Estados Unidos: John Wiley & Sons.