

Caracterización del objeto matemático

JOSÉ TRISTÁN LIENDO

Universidad Nacional de Córdoba

Las matemáticas ocuparon siempre un lugar de preeminencia en el campo de la cultura; dijérase que ésta corrió la suerte de aquéllas. Cuando ésta detúvose, en los siglos medios, aquéllas se anquilosaron.

En otra época las *matemáticas* formaron parte de la filosofía; mas, luego, por el sesgo eminentemente pragmático que ellas tomaron, se desinteresaron de aquélla. La *filosofía*, empero, no puede desinteresarse de las matemáticas: a ella le incumbe el averiguar el alcance de la ciencia matemática, la fuerza de sus principios, el origen de sus postulados, la demarcación de su objeto formal, la penetración en el mismo, y —por último— señalar el cauce por donde discurrir deben sus búsquedas.

La anécdota que nos refiere Vitruvio de cierto filósofo socrático, que se creyó seguro al ser arrojado después de un naufragio a las playas de Rodas, por el hecho de haber encontrado dibujadas en la arena algunas figuras geométricas, es altamente sugestiva al respecto: *Bene speremus* —habría exclamado el náufrago— *hominum vestigia video* ¡Estemos tranquilos! ¡Hay rastros de civilización, de cultura: *Schemata geometrica!*¹

Esta anécdota data de unos 400 años antes de Cristo; poco más o menos de la época de Platón. Es sabido también que este filósofo había colocado sobre la portada de su Escuela, esta sugestiva inscripción: “Nadie entre si no sabe geometría...”. Y es que, al decir de M. Bordaz-Desmoulin, “sin las matemáticas no se penetra hasta el fondo de la filosofía; sin la filosofía no se profundiza hasta lo más

¹ Citado por Colerus en *Historia de las matemáticas*, pág. 33.

hondo de las matemáticas, y sin ambas aunadas no se puede llegar al fondo de nada”¹.

Esta afirmación acaso sea, en parte, exagerada; queda empero con ella señalada la importancia de las matemáticas, no sólo en lo que ellas significan como *instrumento*, sino en lo que ellas significan como *ciencia* humana. No olvidemos que, aun cuando cabalغان sobre lo sensible, se elevan en sus procedimientos y se acercan, en mucho, al objeto puramente metafísico.

¿Será debido a esto que los grandes filósofos han sido por lo general también grandes matemáticos? Ahí está su historia desde Tales hasta Hilbert, pasando por Kant y Descartes. De este filósofo hase dicho que anatematizaba a las matemáticas y considerábalas un estorbo, un obstáculo para la filosofía. “Esta disciplina —dice— nos inhabilita para el estudio de la filosofía, por cuanto nos deshabituá del uso de nuestra razón y nos impide seguir la ruta que su luz nos traza”. Este pasaje de Descartes debe interpretarse, o bien de ese estudio de las matemáticas exclusivamente pragmático o bien de un estudio de las mismas exclusivamente unilateral. Jamás Descartes ha podido tener en menos a las matemáticas en cuanto tales, porque de ser ello así, se habría condenado a sí mismo, gran matemático como fué.

Convenimos con Descartes en que una actividad intelectual, no precisamente matemática, sino cualquiera otra también, exclusivamente orientada en un sentido o en otro, termina por encastillar al sabio dentro de su propio reducto, cortando así el vuelo del espíritu. Las tierras mejores se agostan, a la larga, por el repetido sembrado de un determinado producto. Convenimos también en que el estudio de las matemáticas se ha venido haciendo con criterio “exclusivamente” utilitario, casi mecánico, en el que poco o nada entra la inteligencia como facultad discursiva y creadora, originándose de esta suerte en nosotros, el hábito de la operación matemática con la aplicación de ciertas fórmulas consagradas que nos eximen de todo esfuerzo personal, mental. Hoy se estudian las matemáticas para ser ingeniero, para ser contador, para dedicarse, en suma, a las actividades comerciales, o simplemente para pasar en un examen; y este estudio enfocado así, de este modo, evidentemente no puede llevarnos a penetrar y a “poseer” su reino.

¹ Citado por Graty en *Les sources*, pág. 72.

¡Su misterioso reino! diría Kepler, gran matemático, cuando lo intuyó escribiendo: “La matemática es anterior al mundo, coeterna con Dios, y Dios mismo; ha informado las formas de toda la creación, y se ha perpetuado en el hombre por la imagen de Dios”. También lo intuyó Platón, el divino, y antes que Platón barruntó ese reino Pitágoras, quien —al decir de Eudemos— “convirtió a esta rama del saber humano en una verdadera ciencia”¹.

En suma, las matemáticas parecen dominarlo todo: hanse introducido en todas las ciencias, aun en aquellas disciplinas que, al parecer, están más lejos de su alcance: lo están por lo pronto en la física, en la química, en la astronomía. ¿Qué son los colores en su textura concreta sino números, líneas, vibraciones, ondas? ¿Qué es el sonido, en su realidad fundamental? ¿Qué la música en su forma sensible, sino geometría, vale decir proporción y número? Hasta la misma fisiología comienza por apoyarse en la geometría, según aquella original teoría de Burdach, en base a la cual, en la forma la más perfecta, el centro y la periferia son dobles.

Pitágoras y más tarde San Agustín llegaron más lejos al afirmar que el alma era un número, una esfera, porque era armonía... *Aucune science ne saurait être comprise sans sa propre histoire toujours inséparable de l'histoire de l'Humanité*, ha escrito acertadamente A. Comte².

Penetrar en ese reino matemático, es penetrar en su “objeto”, e intentar penetrar en éste, es penetrar en su historia. Esa historia está, como queda señalado, necesariamente emparentada con la historia de la cultura, por donde nos resultaría tarea harto abrumadora esa penetración; no podemos, empero, renunciar del todo a ella.

Es, por de pronto, evidente que los filósofos griegos pre-socráticos han sido preponderantemente influenciados por el enigmático y herético Oriente. Los largos viajes de Tales por Egipto y los que más tarde emprenderá el mismo Pitágoras, les fueron de positivo beneficio para “construir” su ciencia. Con Grecia, la cultura, y en particular la ciencia matemática, encuentra su propio camino. “. . . Por efecto del feliz equilibrio de las facultades de este pueblo, y tras un largo esfuerzo para conquistar la medida y la disciplina del espíritu, la razón humana llega a la edad de su plena madurez”³.

¹ PIERRE BOUTROUX. *L'idéal scientifique de la Mathématique*.

² A. COMTE. *Système de politique positive*, t. III, pág. 2.

³ J. MARITAIN. *Introduction à la Philosophie*, pág. 31.

Arrancando desde Tales, y dejando de lado historias más o menos legendarias, llegamos primeramente a Pitágoras, con quien la matemática adquiere su rango, recibiendo luego más tarde de Aristóteles, el omnisciente, con su lógica deductiva y con su metafísica, ciencia de los principios primeros, un poderoso y seguro impulso.

Su discípulo Eudemos nos ha hecho llegar una reseña histórica del estado de la ciencia matemática por esa época, conocida bajo el nombre de *Registro de matemáticos*, documento éste que ha sido universalmente aceptado por la crítica histórica.

Ahí se nos dice que Pitágoras “convirtió el ejercicio de esta rama del saber humano, en una verdadera ciencia, considerando sus fundamentos desde un punto de vista superior e investigando sus teoremas de un modo menos material y más intelectual, y que también fué él quien descubriera las cantidades o magnitudes irracionales”.

Muchos han sido los filósofos, en las distintas épocas, que han pretendido “cimentar y coordinar” la ciencia. Recordemos a Bacon con su *Instauratio Magna*. Recordemos a M. Kant con su *Crítica de la Razón Pura*, con la que aspiraba, nada menos, que al título de nuevo Copérnico del saber . . . Las pretensiones empero de Pitágoras, fueron mucho más modestas, propias de un amante de la sabiduría, propias de un filósofo.

Está, por de pronto, muy lejos de llamarse ni creerse un revolucionario de la ciencia. La ciencia para él, tiene su continuidad. Antes de él, las matemáticas habían constituido una especie de vagar sin rumbo; un indagar sin plan, orientado siempre hacia motivos de orden práctico. Constituían, si se quiere, un arte, una técnica, en cuanto que arte significa suma de preceptos, colección de recetas, etc., pero sin una explicación sistemática, sin una explicitación de sus fundamentos.

Las matemáticas no podían contentarse con “lo dado”, con lo hallado —*data occasione*— rapsódicamente. Esto podría quizá bastar para los fines prácticos, mas no para satisfacer su pretensión de ciencia, vale decir, el elevado afán de lograr una visualización y una validez general.

De ahí que todo ese material amorfo y heterogéneo arrebatado al misterioso Oriente, ha debido ser elaborado, como nos dice Eudemos, para convertirlo en algo “menos material”, en material de ideas, para lo cual ha sido menester un sutil esfuerzo de espiritualización, de sublimación, o de “abstracción de las singularidades concretas”, para

usar la terminología aristotélica, condición ésta indispensable para el logro de toda ciencia.

El espíritu helénico se caracteriza particularmente por esa original modalidad en sus búsquedas. A la meticulosidad excesiva opone la visión de conjunto; a la observación empírica del particular, la visualización de lo universal. Así se explican las ideas platónicas; la lógica y la metafísica aristotélica. La misma escultura griega sugiere un no se qué de inmaterialidad, de universalidad jamás igualada, dentro y pese a su plasticidad.

Por este camino las matemáticas, desligadas de todo propósito concreto de aplicación, bajo una visualización universal, estructuran su propio objeto mediante un proceso deductivo y en base a principios fundamentales arraigados profundamente en la idiosincrasia del espíritu, y de esta suerte, lo que había constituido hasta ese entonces un conjunto de reglas prácticas, se jerarquiza en ciencia y se pone para siempre a disposición de la cultura y de la humanidad.

Euclides nos propondrá el teorema de los ángulos, no como una propiedad del triángulo isósceles en particular, sino como una propiedad universal de todos los triángulos, inclusive si alguno tuviera su vértice en las estrellas...

Schopenhauer se preguntará cuál sea "la razón" o "el porqué" de la subsistencia de ésta y de otras relaciones matemáticas. Pero ese "porqué" no tiene "razón" de ser; sin que esto signifique, de manera alguna, caer en el reino del misterio o en el terreno de los postulados "a priori", como han creído muchos sostenedores de las geometrías no-euclideanas. Supuesta, en efecto, una demostración hecha en base a principios evidentísimos, derivados de la entraña misma del Ser y que en definitiva y en último análisis en el Ser se injertan y resuelven; el seguir preguntando "porqué, porqué", significa un preguntar baladí, por cuanto equivale a preguntarse porqué el círculo es círculo, porqué "A" es "A" porqué "B" es "B". Lo son evidentemente en razón de lo que son, de su propia esencia.

Esto, naturalmente, supondrá la captación de esa esencia mediante una intuición intelectual de la misma, de los rasgos constitutivos que la integran; pero esta suposición y conclusión no nos arredra, no nos sorprende ni nos asusta, toda vez que creemos también con Godel, que las demás y otras conclusiones y soluciones que nos vienen desde el campo positivista o logicista acerca del problema matemático, distan

mucho del ideal de perfección requerido y postulado por esta ciencia. Se ha dicho que las matemáticas tienen por objeto las propiedades cuantitativas de las cosas, de los seres: la cantidad en todas sus formas, continua, discreta, continua sucesiva y continua espacial en todas sus dimensiones. Nada empero se discutirá tanto como esta afirmación. Russell, gran matemático, ha podido afirmar, con acentuado pesimismo al respecto: “la matemática es un tema del cual nada sabemos; nunca sabemos lo que estamos diciendo, y ni siquiera si ello es verdad”¹.

Porque si bien es cierto que las matemáticas se utilizan en todas las investigaciones de la materia y de sus propiedades, no es menos cierto que el matemático, el matemático puro, no se ocupa para nada de la materia ni atiende jamás a ella. Esto ha hecho creer a muchos que el objeto matemático no lo constituye la extensión de la misma.

“Supongamos por un instante —escribe A. Rey— por un instante tan sólo *porque la suposición es absurda* (no es el autor quien subraya) que el mundo de la materia no existiese, pero que existiésemos nosotros de todos modos; parece ser que, en tal caso, nos sería perfectamente posible concebir y definir, en ese mundo vacío, una línea recta, una línea curva, un ángulo, un triángulo, una circunferencia, una perpendicular, una oblicua, una paralela y hasta formarnos ideas de superficies y de volúmenes”².

El autor ha tomado de propósito ejemplos de la geometría que parece hallarse mucho más cerca de la materia y de lo real, que no la aritmética y “a fortiori” el álgebra, disciplinas éstas que se mueven en un plano de mayor abstracción, si cabe, y mediante las cuales se llega a un mundo imaginario, que ni siquiera se puede imaginar, en el sentido usual de la palabra. Esta especie de contradicción intrínseca y vital del objeto matemático había sido ya señalado en la antigüedad clásica por el filósofo de Elea.

Zenón de Elea fué el primero en barruntar las antinomias que dicho problema plantea.

El descubrimiento de las magnitudes irracionales, del “*a-logon*” de Pitágoras, debió suscitar, en el seno de su *escuela*, una tremenda conmoción; ¿fué un descubrimiento similar al de nuestra bomba atómica . . . ? Si todo lo real era racional, si la esencia de las cosas la

¹ B. RUSSELL. *Los principios de las matemáticas*, pág. 18.

² ABEL REY. *Filosofía Moderna*, pág. 48.

constituían los números, si todo era armonía y jerarquía, ¿qué realidad asignar a lo “irracional”? ¿A qué quedaba reducida la concepción arquitectural, matemático-geométrica del Universo?

En el clásico teorema de Pitágoras, ¿qué extensión real asignar a la hipotenusa del triángulo cuando cada uno de los catetos tuviera por medida la unidad?

Hoy nos llama poderosamente la atención la sagacidad de Zenón de Elea, porque, si como se esfuerza ingeniosamente en demostrarlo, “lo más pequeño” no existe, como tampoco existe “lo más grande”, ¿a qué queda reducida la extensión, objeto de la matemática, a qué queda reducida la unidad y la pluralidad y el número?

La solución de Zenón de Elea fué por cierto iconoclasta. Ciertamente que no desconocía él la solución de orden práctico; la solución de los “hechos”. Para demostrar la realidad del movimiento bastaba largarse a andar; pero esas soluciones dejaban sin solución el problema en sí y a ellas respondía Zenón con la consabida frase de los filósofos posteriores: “Si los hechos existen, tanto peor para ellos . . . !”

Los sofismas de Zenón de Elea no obtuvieron una refutación, en el terreno puramente especulativo, hasta más tarde, gracias a la contribución de Aristóteles, quien, al estructurar su lógica y al ahondar en la naturaleza del continuo, de la potencia y del acto, proporcionó una base sólida y segura sobre la cual habría de construirse, en lo sucesivo, la especulación matemática. Pero el mérito de Zenón de Elea radica en haber iluminado de manera muy sagaz, la pretendida racionalidad de las matemáticas según la entendían los pitagóricos y según la entenderán más tarde los racionalistas del tipo Descartes.

El viejo problema subsiste aún y seguirá subsistiendo, bajo estos términos: ¿Los entes matemáticos dependen de la realidad como propiedad de las cosas o tienen en cambio una existencia original que llamaremos trascendente?

Las teorías tejidas al respecto, de un siglo a esta parte, van formando una alta marea. No queremos mencionarlas *in specie* para no perdernos en esa *selva selvaggia* de opiniones. Pueden, no obstante, ellas ser agrupadas en dos grandes corrientes de las que participan en mayor o en menor grado, a saber: la corriente lógico-racionalista y la corriente empírico-nominalista-positivista.

El racionalismo, cualquiera sea su forma, está por una supuesta posibilidad de “invención matemática”, por encima de toda experien-

cia. El carácter puramente lógico de los razonamientos matemáticos, la inutilidad de todo lo que significa un prestar atención a las cosas “externas”; la concepción de sus definiciones, la indemostrabilidad de sus postulados, etc., todo esto nos probaría que las matemáticas “han sido halladas” por sólo las fuerzas del espíritu.

Para un racionalismo del tipo Leibniz-Descartes, la razón es la Ley del Cosmos y del Espíritu; el mundo es “racional” en todas sus partes, y al desarrollar la razón sus virtualidades, éstas suministran los primeros principios sobre los que habrá de apoyarse la ciencia matemática, la que a su vez suministra las “leyes-límites” en las que habrán de insertarse paulatinamente las leyes de la naturaleza más concretas y más particulares. El Universo es racional y las leyes de la razón son las leyes del Universo. Para resumirlo en una frase de Leibniz, “lo que mi razón lógica deduce, es lo que la creación natural ha realizado y cuando Dios calcula el mundo se crea”. *Dum Deus calculat, mundus fit.*

De esta suerte y para este tipo de racionalismo, el mundo aparece como un vasto sistema de leyes rigurosas, semejante a un inmenso teorema y las matemáticas como la ciencia universal. Pero al racionalismo se llega también por otro camino. Las teorías de Russell, de Couturat y Whitehead conducen ciertamente a él.

Por otra parte, en la concepción kantiana del conocimiento, el espíritu se “anticipa” a los hechos, a lo empírico, e impone sus virtualidades “a priori” y es en función de ellas cómo lo real, dado en la intuición empírica, adquiere el rango de objeto pensado. En tal hipótesis las matemáticas nada nos revelarían de “lo que es”. El pragmatismo moderno, tan caro a ciertos espíritus, nos lleva a una conclusión similar. Para él la ciencia matemática es un simple “artificio” un simple “instrumento”, muy cómodo, muy útil, pero fruto de una simple invención.

“La inteligencia —había dicho Bergson— no nos ha sido dada para representarnos la realidad, sino para “construir” concepciones simbólicas manejables aunque en nada conformes con la realidad. Considerada la inteligencia en lo que parece ser su tendencia fundamental y original, es la facultad de fabricar objetos artificiales y de variar indefinidamente esas fabricaciones”¹.

¹ E. BERGSON. *L'évolution créatrice*, pág. 321.

En el fondo aparece Kant, ¡siempre Kant! Y antes que Kant el viejo escepticismo de Protágoras, “el hombre medida de las cosas” y el no menos craso de Sexto Empírico: “. . . *tale aut tale apparere ipsum subiectum, nemo fortasse in dubium vocat; sed de hoc, videlicet, an tale sit quale apparet, quaeritur. Apparentibus igitur acquiescendo, ea quae ad vitam communem pertinent observantes vivimus, ita tamen ut dogma nullum statuamus*”¹.

Sobre este mismo terreno relativista que engendra necesariamente el escrúpulo de la afirmación, ha podido escribir E. Poincaré: “Nuestras matemáticas no han sido sugeridas por la experiencia; expresan sí, cómodamente, las relaciones que tenemos necesidad de expresar, pero sólo constituyen una especie de las muchas matemáticas posibles. Son creaciones arbitrarias del espíritu, deslumbrante manifestación de su propia fecundidad”².

Para el empirismo, el objeto matemático deriva de lo real, de la experiencia, mas como por otra parte el empirismo renuncia a toda captación de lo universal, debe también renunciar a la posibilidad de una intuición del número como tal, de la extensión *ut sic*, cerrándose así el camino para una explicación rigurosamente científica y filosófica de las matemáticas y también de toda otra ciencia en su acepción superior.

Pero en lo que el empirismo tiene razón es en la contribución de la experiencia para el logro de la ciencia. Aquí estamos de verdad con Kant: ni experiencia sola, ni pura razón. Se debe, en definitiva, estar de acuerdo y reconocer que todo conocimiento humano postula ambos factores y que ambos concurren a la vez. Hasta dónde deba extenderse ese “aporte” del espíritu; esa contribución, y cómo deba ser interpretada, he ahí el problema lógico fundamental.

La determinación del objeto matemático, de esta suerte, corresponde no a la matemática en cuanto tal, sino a la filosofía, y en particular a la epistemología. Los problemas epistemológicos están a su vez condicionados a la solución de un problema de carácter más general, el problema gnoseológico, y éste a su vez al problema metafísico. Aquí, en este plano superior, deben encontrarse el matemático y el filósofo.

¹ *Pyrronicarum Inst.* lib. I, c. XI.

² E. POINCARÉ. *La science et l'hypothèse*.

La conclusión es sugestiva: Comte nos había acostumbrado a un tipo de ciencias de carácter eminentemente "positivo". Lo científico llegó, en cierta época, a ser sinónimo de positivo, de real, en oposición a lo irreal, a lo metafísico en sentido peyorativo; pero he aquí que una ciencia, la más antigua, la más positiva porque la más útil, la más segura y la más simple de todas las ciencias, la *matemática*, retorna a la metafísica para darnos su razón de ser. De esta suerte, el "dogma" de las tres etapas de la ciencia no pasa de ser un mito.